1. Vypočtěte délky zbývajících stran a velikosti zbývajících vnitřních úhlů v pravoúhlém trojúhelníku ABC, je-li dáno:
   a) $c = 12$ cm, $\alpha = 72°50'$
   b) $a = 10$ cm, $\alpha = 18°40'$
   c) $b = 60$ cm, $\beta = 38°20'$
   d) $a = 32$ cm, $\beta = 37°$
   e) $b = 18$ cm, $\alpha = 70°10'$
   f) $a = 15$ cm, $b = 18$ mm
   g) $b = 21$ cm, $c = 43$ cm
   h) $a = 13$ cm, $c = 15$ cm
   i) $v_c = 12$ cm, $\beta = 48°50'$

2. Vypočítejte obvod pravidelného pětiúhelníku vepsaného do kružnice o poloměru $r = 10$ cm.

3. Úhlopříčky obdélníku svírají úhel $\alpha = 48°20'$, delší strana $a = 1{,}2$ m. Vypočtěte délky úhlopříček a kratší strany.

4. V kosočtverci je dána strana $a = 15$ cm, úhel sevřený stranami $\alpha = 42°$. Vypočtěte poloměr kružnice vepsané.

5. Základny rovnoramenného lichoběžníku jsou $a = 12$ cm, $c = 14$ cm, rameno $b = 3$ cm. Vypočtěte velikost všech jeho vnitřních úhlů.

6. V pravidelném n-úhelníku je poloměr opsané kružnice r, poloměr vepsané kružnice ρ, strana a.
   a) $n = 5$, $r = 12$ cm, vypočtěte ρ, a;
   b) $n = 8$, $\rho = 0{,}53$ m, vypočtěte r, a;
   c) $n = 10$, $a = 0{,}08$ m, vypočtěte r, ρ.

7. Vypočtěte výšku vodárenské věže, je-li měřicí přístroj od její paty vzdálen 85 m a je-li výškový úhel $\alpha = 18°30'$.

1. a) $\beta = 17°10'$, $a = 11{,}5$ cm, $b = 3{,}54$ cm; b) $\beta = 71°20'$, $b = 29{,}6$ cm, $c = 31{,}2$ cm; c) $\alpha = 51°40'$, $a = 75{,}9$ cm, $c = 96{,}7$ cm; d) $\alpha = 53°$, $b = 24{,}1$ cm, $c = 40{,}1$ cm; e) $\beta = 19°50'$, $a = 49{,}9$ cm, $c = 53$ cm; f) $\alpha = 39°50'$, $\beta = 50°10'$, $c = 23{,}4$ cm; g) $\alpha = 60°45'$, $\beta = 29°15'$, $a = 37{,}5$ cm; h) $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$, $b = 7{,}48$ cm; i) $\alpha = 41°10'$, $a = 15{,}9$ cm, $b = 18{,}2$ cm, $c = 24{,}2$ cm
2. $o = 58{,}78$ cm
3. $u = 1{,}315$ m, $b = 0{,}539$ m
4. $\rho = 5{,}02$ cm
5. $\alpha = \beta = 70°32'$, $\gamma = \delta = 109°28'$
6. a) $a = 14{,}1$ cm, $\rho = 9{,}7$ cm; b) $a = 0{,}439$ m, $r = 0{,}573$ m; c) $\rho = 0{,}123$ m, $r = 0{,}129$ m
7. $h = 28{,}44$ m

1. Vypočtěte obsah kosočtverce o straně $a = 35{,}7$ cm a o poloměru vepsané kružnice $\rho = 12$ cm.

2. Vypočtěte obsah rovnoběžníku, jsou-li úhlopříčky $u_1 = 15$ cm, $u_2 = 12$ cm a úhel jimi sevřený $\omega = 30°$.

3. Vypočtěte délky úhlopříček obdélníku, je-li jeho obsah $S = 14{,}5$ m² a úhel úhlopříčkami sevřený $\omega = 28°30'$.

4. Vypočtěte poloměr kružnice pravoúhlému trojúhelníku ABC vepsané, jsou-li dány odvěsny $a = 12$ cm, $b = 14$ cm.

5. Dokažte, že pro obsah každého rovnostranného trojúhelníku o straně a platí $S = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$.

6. Vypočtěte obsah a výšky trojúhelníku o stranách $a = 8$ cm, $b = 11$ cm, $c = 13$ cm.

7. Řešte pravoúhlý trojúhelník ABC, jsou-li dány jeho obsah $S = 230$ cm² a délka přepony $c = 29$ cm.

8. Vypočtěte strany a, b, c trojúhelníku o obsahu $S = 84$ cm², platí-li $a : b : c = 10 : 17 : 21$.

9. Vypočtěte obsah rovnoramenného lichoběžníku, jehož základny jsou v poměru 4 : 3, rameno $b = 13$ cm, výška $v = 12$ cm.

10. Vypočtěte výšku lichoběžníku, jsou-li dány základny $a = 25$ cm, $c = 14$ cm a obsah $S = 520$ cm².

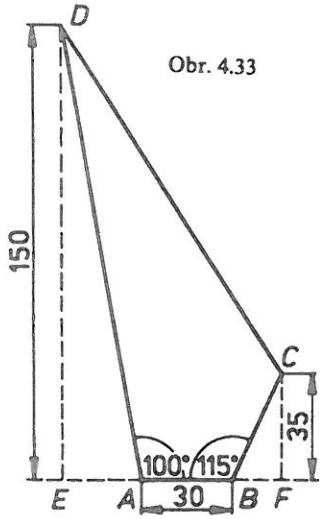
11. Vypočtěte obsah lichoběžníku o základnách $a = 24$ cm, $c = 16$ cm a úhlopříčkách $u_1 = 22$ cm, $u_2 = 26$ cm.

12. Část louky tvaru obdélníku o rozměrech 120 m a 30 m byla obehnána elektrickým ohradníkem. Kolik procent obvodu ohradníku bychom ušetřili, kdyby ohrazená část stejného obsahu měla tvar čtverce?

1. 856,8 cm²
2. 45 cm²
3. 7,79 m
4. 3,78 m
6. $S = 43{,}8$ cm² $v_a = 10{,}95$ cm, $v_b = 7{,}97$ cm, $v_c = 6{,}74$ cm
7. $a = 10$ cm, $b = 17$ cm, $c = 21$ cm
8. 420 cm²
9. 26,7 cm
10. 264 cm²
11. 20%
12. 0,31 m²

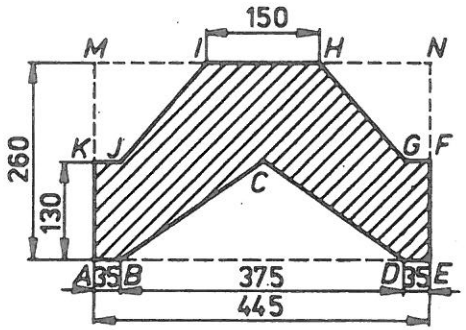
1. Vypočtěte obsah plechové destičky podle výkresu na obr. 4.33. Rozměry jsou udány v mm.

2. Vypočtěte obsah kovového štítku, jehož rozměry v milimetrech jsou uvedeny na obr. 4.34.

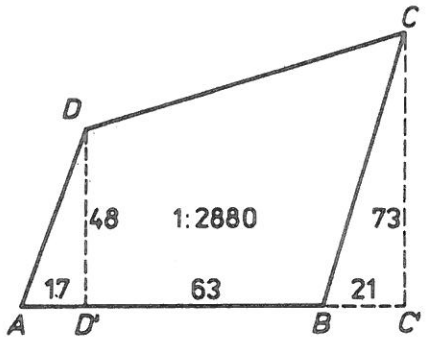


Obr. 4.33

Obr. 4.34



3. Pole je na mapě o měřítku 1 : 2880 zakresleno čtyřúhelníkem $ABCD$ (obr. 4.35). Vzdálenosti na obrázku jsou udány v mm. Vypočítejte výměru pole a uveďte v hektarech.



Obr. 4.35

4. Nad stranami rovnostranného trojúhelníku o straně velikosti a jsou vně sestrojeny čtverce. Vypočtěte obsah šestiúhelníku vzniklého spojením jejich sousedních vrcholů.

5. Vypočtěte obsah pravidelného desetiúhelníku, je-li dáno a) $r =$ = 12 cm, b) $\rho =$ 18 cm, c) $a =$ 1,4 cm.

6. Vypočtěte délku úhlopříčky pravidelného pětiúhelníku a) vepsaného do kružnice o poloměru r, b) opsaného kružnici o poloměru ρ.

7. Vypočtěte obsah pravidelného pětiúhelníku, je-li délka jeho úhlopříčky $u =$ 8 cm.

8. Vypočtěte obsah a délku strany pravidelného dvanáctiúhelníku, je-li délka jeho nejkratší úhlopříčky $u =$ 15 cm.

(2)

1. Vypočítejte obsah plochy omezené kružnicí opsanou a kružnicí vepsanou trojúhelníku o stranách $a =$ 5 cm, $b =$ 5,8 cm, $c =$ = 7,2 cm.

2. Kružnice o poloměru $r =$ 12,5 cm je rozdělena třemi body A, B, C na tři oblouky, jejichž délky jsou v poměru 2 : 3 : 4. Určete poměr obsahů příslušných výsečí.

3. Daný kruh o poloměru r rozdělte soustřednou kružnicí na dvě části tak, aby poměr jejich obsahů byl 4 : 5 (mezikruží má větší obsah) a určete obsah výseče příslusného mezikruží, má-li středový úhel velikost α rad.

6. O kolik procent se změnil obsah průřezu plechového potrubí, jehož kruhový tvar byl při stejném obvodu změněn na čtvercový?

1. 33,2 cm²
2. 2 : 3 : 4
3. $r_1 = \frac{2r}{3}$; $S = \frac{5}{18} r^2 \alpha$
6. o 21,4 %

1. 4,46 cm²
2. 67 600 mm²
3. 3,918 ha
4. $S = a^2(3 + \sqrt{3})$
5. a) 423,2 cm²; b) 1052,7 cm²; c) 15,1 cm²
6. a) 1,902 r; b) 2,351 ρ
7. 42,06 cm²
8. $S = 675$ cm², $a = 7{,}76$ cm

3.81 Obdélník $ABCD$ má velikosti stran AB, AD v poměru 3 : 4. Obdélníku $ABCD$ je opsána kružnice k o průměru 10 cm. Vypočtěte velikosti stran obdélníku.

[6 cm, 8 cm]

3.82 Řez železničním náspem je rovnoramenný lichoběžník, jehož velikosti základen jsou v poměru 5 : 3. Ramena mají délku 5 m, výška náspu je $v = 4{,}8$ m. Vypočítejte velikost plochy řezu S.

[26,88 m²]

3.83 Profil náspu železniční tratě je rovnoramenný lichoběžník $ABCD$. $AB \| CD$, $|AB| = 16{,}4$ m, $|CD| = 10{,}6$ m, $|AD| = |BC| = 5{,}2$ m. Vypočtěte výšku náspu.

[4,3 m]

3.87 Zahrada tvaru pravoúhlého trojúhelníku je oplocena pletivem dlouhým 364 m. Nejkratší strana měří 26 m. Vypočtěte rozlohu zahrady.

[2 184 m²]

3.76 Určete obsah S obdélníku $ABCD$, jehož délka je $a = 84$ cm a jehož úhlopříčka je o 72 cm delší než jeho šířka. [1 092 cm²]

3.77 Určete obsah S pravoúhlého lichoběžníku $ABCD$ ($a = |AB| = 66$ cm, $c = |CD| = 18$ cm), jestliže jeho kosé rameno je o 36 cm delší než rameno kolmé na základny a, c. [588 cm²]

3.78 Vypočtěte délku t tětivy v kružnici $k(S; 5{,}5$ cm), je-li vzdálenost středu S od tětivy t rovna $v = 2{,}3$ cm. [$t \doteq 10$ cm]

3.79 Určete vzdálenost dvou rovnoběžných tětiv délek 6 cm, 10 cm v dané kružnici $k(S; 6$ cm). [1,88 cm; 8,51 cm]

3.70 Sestrojte čtverec, který má stejný obsah jako obdélník o stranách $m = 5$ cm, $n = 3$ cm. [Použijte jednu z Euklidových vět.]

3.71 Užitím Euklidovy věty o odvěsně sestrojte úsečku o délce
a) $u = \sqrt{15}$ cm, b) $v = \sqrt{8}$ cm, c) $x = \sqrt{17}$ cm, d) $y = \sqrt{13}$ cm.

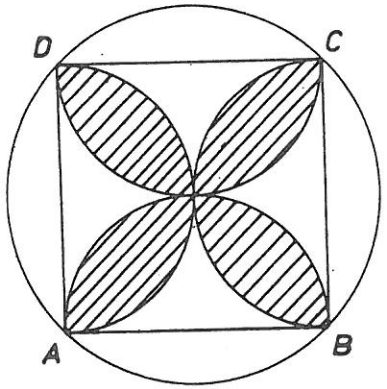
3.73 Trojúhelník má strany o velikosti $a = 6$ cm, $b = 7$ cm, $c = 8$ cm. Sestrojte čtverec, který má týž obsah jako daný trojúhelník.

3.80 V pravoúhlém trojúhelníku ABC je dána odvěsna $a = 14$ cm a poloměr vepsané kružnice $\varrho = 5$ cm. Vypočtěte zbývající velikosti stran b, c. [$b = 22{,}5$ cm, $c = 26{,}5$ cm]

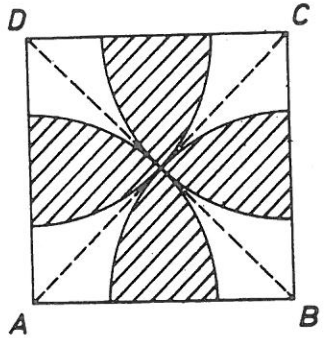
(13)

4. Nad stranami čtverce $ABCD$ vepsaného do kruhu o poloměru r jsou opsány půlkružnice procházející středem čtverce. Vypočtěte obsah vzniklé hvězdice (obr. 4.39).

5. Z vrcholů čtverce $ABCD$ o straně velikosti a jsou opsány čtvrtkružnice procházející středem čtverce. Vypočtěte obsah vyšrafované plochy (obr. 4.40).



Obr. 4.39

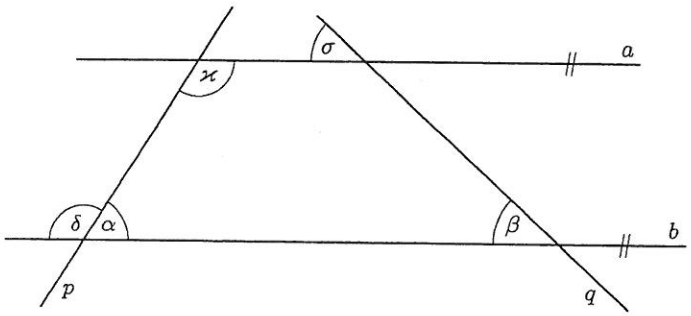


Obr. 4.40

4. $S = r^2(\pi - 2)$
5. $\frac{a^2}{2}(\pi - 2)$

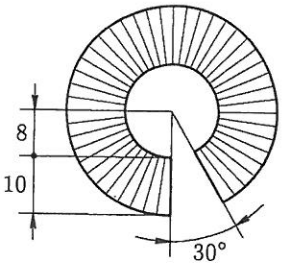
6 Planimetrie

1. Je-li $a \| b$, $\alpha = 58°$, $\beta = 43°$, určete $\delta, \sigma, \varkappa$.

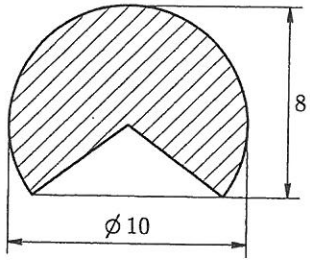


2. Vypočtěte délky stran pravoúhlého trojúhelníku, je-li $t_a = 10$ cm, $t_b = 4\sqrt{10}$ cm.
3. Vypočtěte délky stran trojúhelníku ABC, je-li jeho obsah 84 cm^2 a platí-li $a : b : c = 10 : 17 : 21$.
4. Obsah rovnostranného trojúhelníku je 2 000 cm^2. Vypočtěte délku jeho strany.
5. V rovnoramenném trojúhelníku ABC je $|AC| = |BC| = 13$ cm, $|AB| = 10$ cm. Vypočtěte poloměr kružnice opsané a vepsané.
6. Vypočtěte délky úhlopříček a stran kosočtverce, je-li jeho obsah 640 cm^2 a poměr délek úhlopříček $u_1 : u_2 = 5 : 4$.
7. Vypočtěte obsah a délky stran obdélníku, je-li délka jeho úhlopříčky 73,8 cm a úhel sevřený úhlopříčkami je 36°.
8. Vypočtěte obsah rovnoramenného lichoběžníku, jehož základny jsou $z_1 = 22$ cm, $z_2 = 12$ cm a jehož výška je o 1 cm kratší než délka jeho ramena.
9. Vypočtěte obsah lichoběžníku $ABCD$ o stranách $a = 65$ cm, $b = 29$ cm, $c = 40$ cm, $d = 36$ cm.
10. Lichoběžník o základnách délek 4,8 cm a 3,1 cm má obsah 20,54 cm^2. Vypočtěte délku jeho výšky.
11. Vypočtěte obsah pravidelného desetiúhelníku, je-li:
    a) $r = 12$ cm
    b) $\varrho = 18$ cm
    c) $a = 1{,}4$ cm
12. Vypočtěte obsah pravidelného pětiúhelníku, je-li délka jeho úhlopříčky $u = 8$ cm.
13. Určete poloměr kružnice opsané pravidelnému pětiúhelníku, je-li délka jeho strany 10 cm.
14. Do kružnice je vepsán trojúhelník tak, že jeho vrcholy dělí kružnici na tři oblouky, jejichž délky jsou v poměru 2 : 3 : 7. Vypočtěte velikost vnitřních úhlů trojúhelníku.
15. Určete obsah obrazce (všechny délkové údaje jsou v mm):

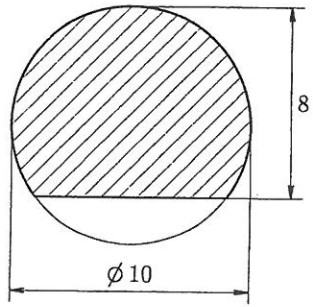
a)



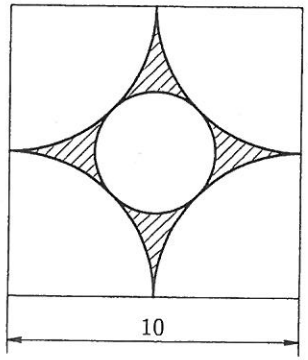
b)



c)



d)



16. Sestrojte kružnice k_1, k_2, k_3, které mají poloměry $r_1 = 5{,}5$ cm, $r_2 = 2{,}5$ cm, $r_3 = 1{,}5$ cm, tak aby
    a) měly navzájem vnější dotyk,
    b) k_1, k_2 měly vnitřní, k_1, k_3 vnitřní a k_2, k_3 vnější dotyk.
17. Jak se změní středový úhel, jestliže se příslušný obvodový úhel
    a) zmenší dvakrát, b) zvětší o 15°?
18. Pravoúhlý trojúhelník ABC má přeponu $c = 20$ cm a výšku $v_c = 8$ cm. Jak velké úseky vytíná výška na přeponě?
19. Pomocí Pythagorovy věty sestrojte úsečku o délce a) $\sqrt{15}$, b) $\sqrt{8}$.
20. Pomocí Eukleidovy věty o odvěsně sestrojte úsečku o délce a) $\sqrt{15}$, b) $\sqrt{8}$.
21. Sestrojte stranu čtverce, který má stejný obsah jako obdélník o stranách 3 cm a 5 cm.
22. Určete délky stran a, b trojúhelníku ABC, je-li strana a o 4 cm delší než b, výška $v_a = 6$ cm, $v_b = 9$ cm.
23. Úsečku AB ($|AB| = 12$ cm) rozdělte body C, D v poměru $|AB| : |CD| : |DB| = 2 : 3 : 5$.
24. Vypočítejte délku tětivy v kružnici o poloměru $r = 10$ cm, víte-li, že tětiva dělí průměr k ní kolmý v poměru 2 : 3.

VÝSLEDKY

1. $\delta = \varkappa = 122°$, $\sigma = 43°$. **2.** $a = 12$ cm, $b = 8$ cm, $c = 14{,}42$ cm. **3.** $a = 10$ cm, $b = 17$ cm, $c = 21$ cm. **4.** $a = 67{,}96$ cm. **5.** $r = 7{,}04$ cm, $\varrho = 3{,}3$ cm. **6.** $u_1 = 40$ cm, $u_2 = 32$ cm, $a = 25{,}61$ cm. **7.** $S = 1\,600{,}67$ cm^2, $a = 70{,}19$ cm, $b = 22{,}81$ cm. **8.** $S = 204$ cm^2. **9.** $S = 1\,512$ cm^2. **10.** $v = 5{,}2$ cm. **11.** a) $S = 423{,}21$ cm^2; b) $S = 1\,052{,}7$ cm^2; c) $S = 15{,}077$ cm^2. **12.** $S = 42{,}06$ cm^2. **13.** $r = 8{,}5$ cm. **14.** $\alpha = 45°$, $\beta = 30°$, $\gamma = 105°$. **15.** a) 748,746 mm^2; b) 55,357 mm^2; c) 64,8 mm^2; d) 7,984 mm^2. **17.** a) zmenší se dvakrát; b) zvětší se o 30°. **18.** 16 cm, 4 cm. **22.** $a = 12$ cm, $b = 8$ cm. **24.** 19,6 cm.